



LIK

LABORATORIJA ZA  
ISPITIVANJE  
KONSTRUKCIJA

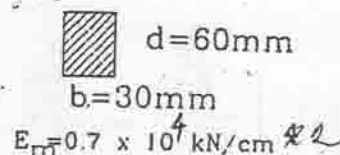
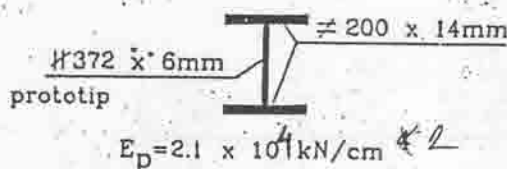
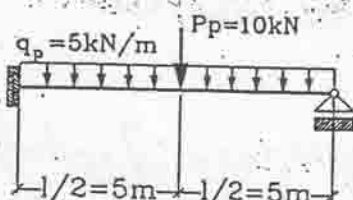
IMK

INSTITUT ZA  
MATERIJALE I  
KONSTRUKCIJE

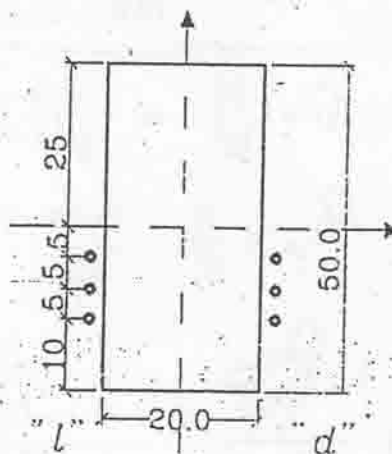
Ispitivanje konstrukcija - APRIL - 2004. - 01.04.2004... pismeni deo ispita

1. Za dati nosač, opterećen prema skici, konstruisati model i odrediti razmereza napone i ugibe, ako je:

$$v(x = \frac{l}{2}) = \frac{l^3}{192EI} \left( ql + \frac{7}{4}P \right) \dots M(x = 0) = -\frac{ql^2}{8} - \frac{3}{16}Pl$$

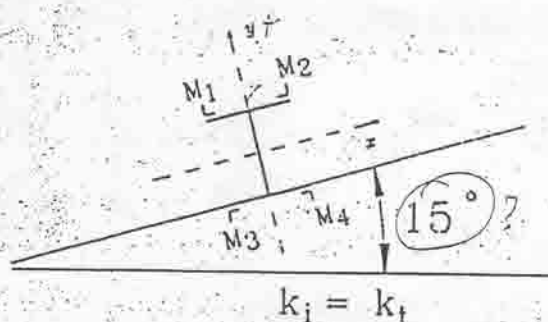


2. Koliki je momenat nosivosti prethodnonapregnutog betonskog preseka prema skici, uz uslov da ne bude izložen zatezanju. Frekvencija slobodnog oscilovanja žica za prethodno naprezanje  $\Phi 7$  mm ( $l_1 = 100$  cm), iznosi u svim žicama levo  $f = 145$  Hz, a u svim žicama desno  $f = 155$  Hz. ( $E_b = 0.35 \times 10^4$  kN/cm<sup>2</sup>).

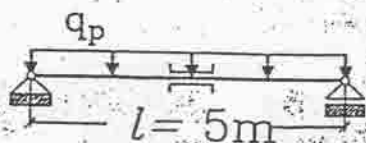


3. Izvršeno je ispitivanje pod probnim opterećenjem rožnjače i merene su dilatacije u preseku u sredini raspona, prema skici. Odrediti veličinu probnog opterećeja.

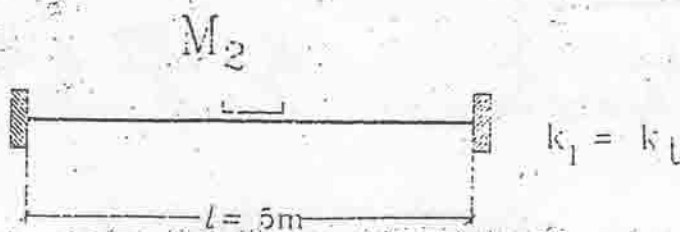
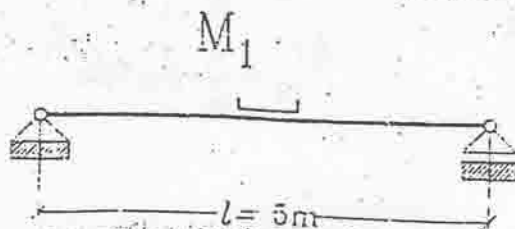
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
stanje				
0	10520	9710	8718	10535
$q_p$	10468	9436	8992	10587
0	10520	9710	8718	10535

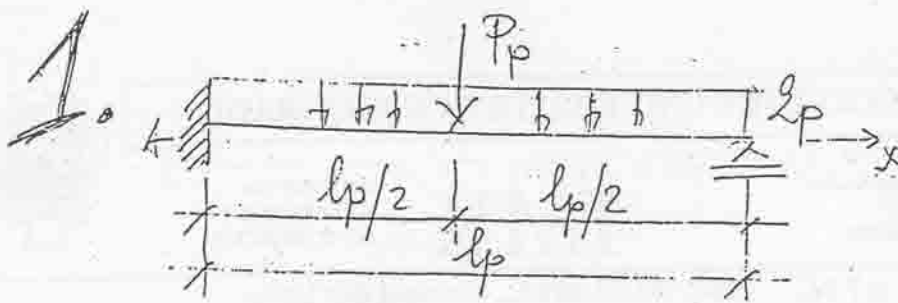


I-160  
 $J_{x-x} = 935$  cm<sup>4</sup>  
 $J_{y-y} = 54.7$  cm<sup>4</sup>  
 $W_{x-x} = 117$  cm<sup>3</sup>  
 $W_{y-y} = 14.8$  cm<sup>3</sup>



4. Kolike razlike čitanja očekujemo na mernom mostu, ako je aktivna merna traka zalepljena na nosačima prema skici. U oba slučaja nosači su preseka I-160 ( $A = 22.8$  cm<sup>2</sup>), i izloženi su ravnomernom zagrevanju od  $t = 15^\circ$  C. Dati objašnjenje.





$P_p = 10 \text{ kN}$   
 $S_p = 5 \text{ kN/m}$   
 $l_p = 10 \text{ m}$   
 $E_p = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

Единична деформација

$$\frac{v_p}{l_p} = \frac{1}{192} \frac{P_p}{E_p l_p^2} \frac{l_p^4}{J_p} \left( \frac{7}{4} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right) \quad \frac{v_m}{l_m} = \frac{1}{192} \frac{P_m}{E_m l_m^2} \frac{l_m^4}{J_m} \left( \frac{7}{4} + \frac{2 l_m l_m}{P_m} \right)$$

(1)  $\left| \frac{\frac{v_p}{l_p}}{\frac{v_m}{l_m}} = \frac{\frac{1}{192} \frac{P_p}{E_p l_p^2} \frac{l_p^4}{J_p} \left( \frac{7}{4} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right)}{\frac{1}{192} \frac{P_m}{E_m l_m^2} \frac{l_m^4}{J_m} \left( \frac{7}{4} + \frac{2 l_m l_m}{P_m} \right)} \right|$  - једначине предвиђања за ујид у средини поклона

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{1}{8} \left( 2 l^2 + \frac{3}{16} P l \right)$$

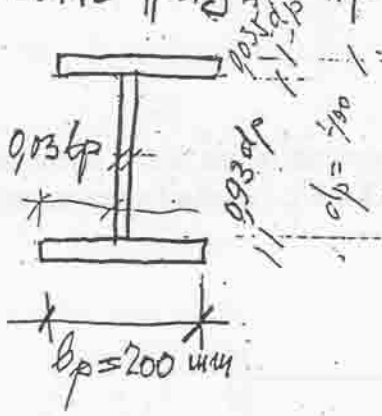
$$\sigma_{A_p} = \frac{1}{8} \frac{P_p l_p}{W_p} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right) \Rightarrow \frac{\sigma_{A_p}}{P_p / l_p^2} = \frac{1}{8} \frac{l_p^3}{W_p} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right)$$

(2)  $\left| \frac{\frac{\sigma_{A_p}}{P_p / l_p^2}}{\frac{\sigma_{A_m}}{P_m / l_m^2}} = \frac{\frac{1}{8} \frac{l_p^3}{W_p} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right)}{\frac{1}{8} \frac{l_m^3}{W_m} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_m l_m}{P_m} \right)} \right|$  - једначина предвиђања за напон у тачки А (укрепљење)

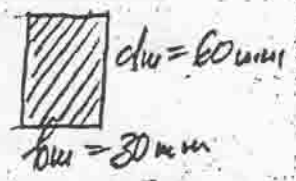
- Може се изводити боре ј-на предвиђања за дилатацију

$$\epsilon_A = \frac{\sigma_A}{E} \Rightarrow (3) \quad \frac{\epsilon_{A_p}}{\epsilon_{A_m}} = \frac{\frac{1}{8} \frac{P_p}{E_p l_p^2} \frac{l_p^3}{W_p} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_p l_p}{P_p} \right)}{\frac{1}{8} \frac{P_m}{E_m l_m^2} \frac{l_m^3}{W_m} \left( \frac{3}{2} + \frac{2 l_m l_m}{P_m} \right)}$$

- ГЕОМЕТРИЈА ПРЕСЕКА:



$$\begin{aligned}
 J_p &= \frac{1}{12} b_p d_p^3 - \frac{2}{12} (9.93 d_p)^3 \cdot 9.93 d_p \\
 J_p &= \frac{0.207}{12} b_p d_p^3 \\
 W_p &= \frac{0.207}{6} b_p d_p^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 J_m &= \frac{1}{12} b_m d_m^3 \\
 W_m &= \frac{1}{6} b_m d_m^2
 \end{aligned}$$

5

РАЗМЕРЕ КОЈЕ ПРОИЗИЛАЖЕ ИЗ ДАТИХ ПОЛАТАКА:

$$\pi_J = \frac{J_p}{J_m} = 0,207 \left( \frac{l_p}{l_m} \right) \cdot \left( \frac{dp}{dm} \right)^3 = 0,207 \cdot \pi_{prop}^4 = C_J \cdot \pi_{prop}^4$$

$$\pi_W = \frac{W_p}{W_m} = 0,207 \left( \frac{l_p}{l_m} \right) \cdot \left( \frac{dp}{dm} \right)^2 = 0,207 \cdot \pi_{prop}^3 = C_W \cdot \pi_{prop}^3$$

$$\pi_z = \frac{z_p}{z_m} = \frac{21 \cdot 10^4}{0,7 \cdot 10^4} = 3$$

$$(3) \Rightarrow \pi_E = \frac{P_p}{P_m} \cdot \frac{E_m}{E_p} \left( \frac{l_p}{l_p} \right)^2 \cdot \frac{W_m}{W_p} \cdot \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^3$$

$$\pi_E = \pi_P \cdot \frac{1}{\pi_E} \cdot \pi_L \cdot \frac{1}{\pi_W} \Rightarrow \pi_P = \pi_E \cdot \pi_E \cdot \frac{\pi_W}{\pi_L} = C_W \cdot \pi_E^2 \cdot \frac{\pi_W}{\pi_L}$$

РАЗМЕРА ЗА СМЕР:

$$\pi_P = C_W \cdot \pi_E \cdot \pi_L \cdot \frac{\pi_{prop}^3}{\pi_L}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{\sigma_{AP}}{\sigma_{AM}} \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^2 \cdot \frac{P_m}{P_p} = \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^3 \cdot \left( \frac{W_m}{W_p} \right) \Rightarrow$$

$$\pi_\sigma = \pi_P \cdot \pi_L \cdot \frac{1}{\pi_W} = C_W \cdot \pi_E \cdot \pi_L \cdot \pi_L \cdot \frac{\pi_{prop}^3}{\pi_L} \cdot \frac{1}{C_W \cdot \pi_{prop}^3} = \pi_E \cdot \pi_L$$

$$\pi_\sigma = \pi_E \cdot \pi_L$$

РАЗМЕРА ЗА АПОКРЕ

$$(1) \Rightarrow \frac{v_p}{v_m} \cdot \frac{l_p}{l_p} = \frac{P_p}{P_m} \cdot \left( \frac{l_m}{l_p} \right)^2 \cdot \left( \frac{l_p}{l_m} \right)^4 \cdot \frac{J_m}{J_p} \cdot \frac{E_m}{E_p}$$

$$\pi_v = \pi_P \cdot \pi_L^3 \cdot \frac{1}{\pi_E} \cdot \frac{1}{\pi_J} = C_W \cdot \pi_E \cdot \pi_L \cdot \frac{\pi_{prop}^3}{\pi_L} \cdot \pi_L^3 \cdot \frac{1}{\pi_E} \cdot \frac{1}{C_J \cdot \pi_{prop}^4}$$

$$\pi_v = \frac{C_W}{C_J} \cdot \pi_E \cdot \frac{\pi_L^2}{\pi_{prop}}$$

РАЗМЕРА ЗА УМБЕ

КОНСТРУИРАЊЕ МОДЕЛА:

$$\mu_{\text{пор}} = \frac{400}{60} = \frac{20}{3} \left( \frac{d_p}{d_m} \right) \quad \mu_\varepsilon = 3$$

УСВАЈА СЕ:

$$\mu_\eta = 5 \quad \text{и} \quad \mu_\varepsilon = 0,5$$

$$\mu_p = 0,207 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot \frac{\left(\frac{20}{3}\right)^3}{5} = 18,4$$

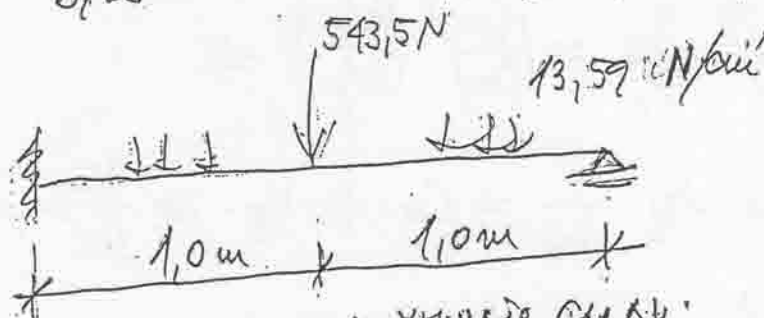
$$\mu_z = \frac{\mu_p}{\mu_\eta} = \frac{18,4}{5} = 3,68$$

$$\mu_G = 3 \cdot 0,5 = 1,5$$

$$\mu_x = \frac{0,207}{0,207} \cdot 0,5 \cdot \frac{5^2}{\left(\frac{20}{3}\right)} = 1,875$$

$$l_m = \frac{l_p}{\mu_\varepsilon} = \frac{10}{5} = 2,0 \text{ m} \quad P_m = \frac{P_p}{\mu_p} \cdot \frac{10000}{18,4} = 543,5 \text{ N}$$

$$q_m = \frac{5}{3,68} = 1,359 \text{ kN/m} = 13,59 \text{ N/cm}$$



ИЗДАЈУХ ИЗРАЗА ЗА УГИБЕ И УГИБАЈЕ СЛЕДИ:

$$\sigma_p = 7,36 \text{ kN/cm}^2$$

$$v_p = 7,58 \text{ mm}$$

$$W_p = 1104 \text{ cm}^3$$

$$W_\varepsilon = -81,25 \text{ kN/cm}$$

$$\sigma_m = -1,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$v_m = 1,1 \text{ mm}$$

$$W_m = 1 \text{ cm}^3$$

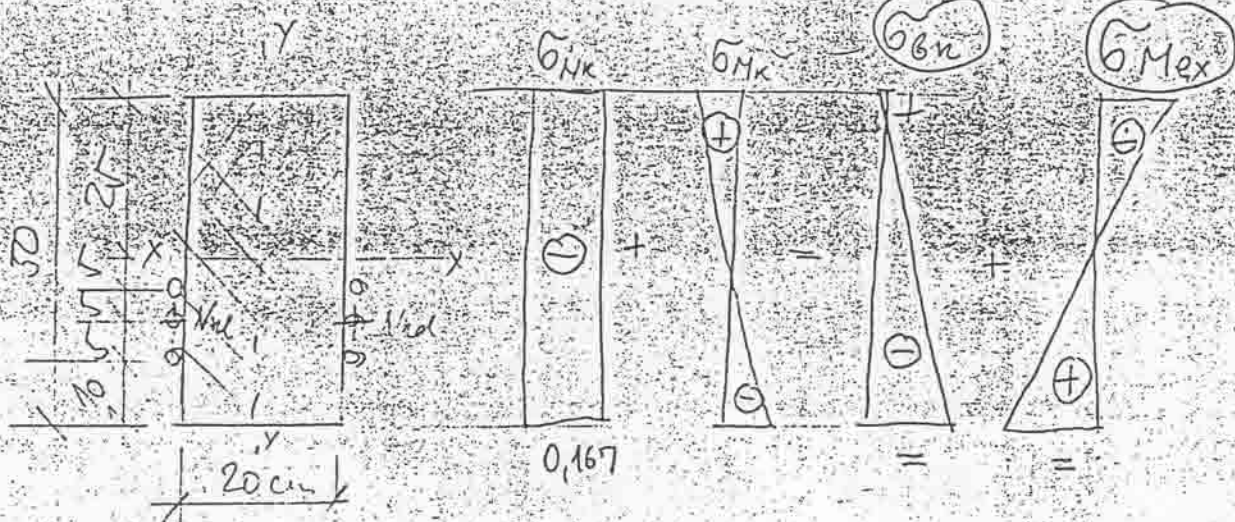
$$M_m = 1,873 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \sigma_p / \sigma_m = 7,36 / 1,1 = 6,69$$

$$v_p / v_m = 7,58 / 1,1 = 6,89$$



2.



— Сила притяжения  $\vec{F}_{пр}$  и отталкивания  $\vec{F}_{от}$ :

$$Q_{\bar{x}(1)} = 0,7 \frac{\pi^2}{4} = 0,385 \text{ см}^2$$

$$\bar{\sigma}_{\bar{x}(1)} = 3,2 \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 145^2 = 67,28 \text{ нн/см}^2$$

$$\bar{\sigma}_{\bar{x}(2)} = 3,2 \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 55^2 = \pm 6,88 \text{ нн/см}^2$$

$$N_{kl} = 2 \cdot 0,385 \cdot 77,71 = 77,71 \text{ кН}$$

$$N_{rd} = 3,0385 \cdot 76,88 = 88,80 \text{ кН}$$

$$N_k = N_{kl} + N_{rd} = 166,51 \text{ кН}$$

$$M_{x-y} = -N_k \cdot 10 = -1665,1 \text{ кН·см}$$

$$M_{y-y} = (N_{rd} - N_{kl}) \cdot 10 = 119,9 \text{ кН·см}$$

— Напряжения в бетонном сечении от притяжения и отталкивания:

$$\sigma_{N_k} = -\frac{N_k}{A_b} = -\frac{166,51}{1000} = -0,167 \text{ нн/см}^2$$

$$\sigma_{M_x}^k = \pm \frac{1665,1}{2500} = \pm 0,200 \text{ нн/см}^2$$

$$\sigma_{M_y}^k = \pm \frac{119,9}{10000} = \pm 0,033 \text{ нн/см}^2$$

$$\text{или } \sigma_{bk} = -0,167 - 0,200 \pm 0,033 = -0,334 \text{ нн/см}^2$$

$$\text{условие прочности: } |\min \sigma_{bk}| = \max \sigma_{exp}$$

$$0,334 = \frac{M_{max}}{25000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{max} = 27,83 \text{ кН·м}$$

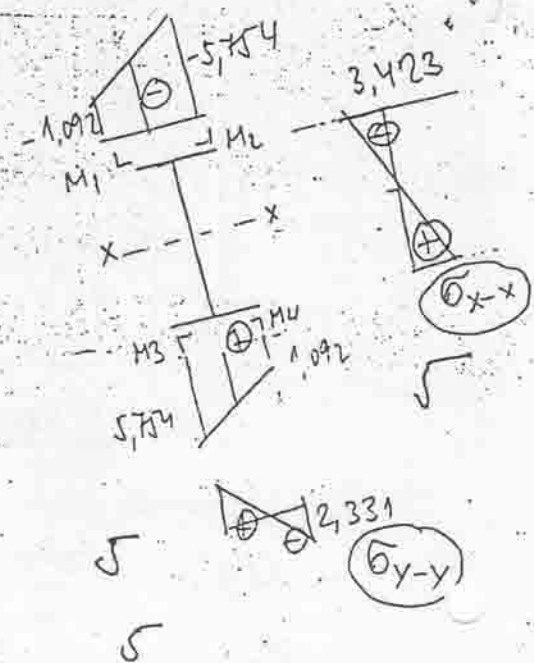
20

3.

РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА

СТ.	M1	M2	M3	M4
$\Delta \bar{C}_{sr}$	-52	-274	274	52
$\varepsilon \cdot 10^6$	-52	-274	274	52
$\bar{\sigma}$	-1,092	-5,754	5,754	1,092

$\frac{kN}{cm^2}$  5



$$\varepsilon = \frac{\mu_i}{k_t} \cdot \Delta \bar{C} \cdot \rho ; \quad \rho = 1 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{mm}$$

$$\bar{\sigma} = E \cdot \varepsilon ; \quad E = 2,1 \cdot 10^5 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{x-x} = \pm 3,423 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{y-y} = \pm 2,331 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{x-y} = \frac{M_{x-x}}{W_{x-y}} \Rightarrow M_x = 3,423 \cdot 14,8 = 47,431 \frac{kN}{cm}$$

$$\sigma_{y-y} = \frac{M_y}{W_{y-y}} \Rightarrow M_y = 2,331 \cdot 14,8 = 34,499 \frac{kN}{cm} \quad 5$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{47,431^2 + 34,499^2} = 402 \frac{kN}{cm} = 4,02 \frac{kN}{mm}$$

$$M = \frac{1}{8} q \cdot l^2 \Rightarrow q_p = \frac{8M}{l^2} = \frac{8 \cdot 4,02}{5,0^2} = 1,25 \sim 1,30 \frac{kN}{m}$$

4.

$$\alpha_t = 1,10^{-5} \frac{1}{^\circ C} \quad t = 15^\circ C$$

$$\varepsilon = \alpha_t \cdot t = 15 \cdot 10^{-5} = 150 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{mm} = \frac{\mu_i}{k_t} \cdot \Delta \bar{C} \cdot \rho \rightarrow 1,10^{-5}$$

$$|\Delta \bar{C} = 150|$$

случај а)  $\xrightarrow{M_1}$   $\Rightarrow \Delta \bar{C} = 0$  јер је компензација деформације или одузимање деформације температурне

случај б)  $\xrightarrow{M_2}$   $\Rightarrow \Delta \bar{C} = -150$  јер на активност улази  $M_2$  је одређена деформација, али компензација се одузима од деформације  $t^\circ$  и добија се резултат.